الملغي من مذكرة تمكن مادة الرياضيات الصف الثاني عشر

الصفحة	الملغي
من 106 إلى 122	

الملغي من مذكرة الفلتة مادة الرياضيات الصف الثاني عشر

الدرس	الملاحظات
من الصفحة 35 إلى آخر المذكرة	

الملغي من مذكرة تمكن

الصفحة	الملغي
30	س 9 + س 10
33	س 15
41	س 7
42	س 10
45	س 9
46	س 10
60	س 9
61	س 10
62	س 9
66	س 5
68	س 4
73	س 9 + س 10
74	س 9
79	س 6 + س 7
99	س 6

113	س 10
114	س 11 + س 12
115	س 8
120	س 9
122	س 13

الملغي من كتاب الوزارة

الأول	الأنماط والجبر والدوال	(1 – 5) التكامل غير المحدد	5	كتاب الطالب	تعليق : مثال 8 + حاول ان تحل 8
				الكراسة	تعليق: ص9 رقم 18 , 17
		(2– 5) التكامل بالتعويض	1	كتاب الطالب	----------
				الكراسة	----------
الثاني	الأنماط والجبر والدوال	تابع (2– 5) التكامل بالتعويض	3	كتاب الطالب	----------
				الكراسة	----------
		(3 – 5) تكامل الدوال المثلثية	3	كتاب الطالب	----------
				الكراسة	----------
الثالث	الأنماط والجبر والدوال	(4 – 5) الدوال الأسية واللوغاريتمية	4	كتاب الطالب	----------
				الكراسة	----------
		(5 – 5) التكامل بالتجزيء	2	كتاب الطالب	تعليق : مثال 7 , 3 + حاول ان تحل 7 , 4
				الكراسة	تعليق: ص18 رقم 17 , 16 , 15 , 7 , 6 (مجموعةA)
الرابع	الانماط والجبر والدوال	تابع (5 – 5) التكامل بالتجزيء	2	كتاب الطالب	تعليق : مثال 7 , 3 + حاول ان تحل 7 , 4
				الكراسة	تعليق: ص18 رقم 17 , 16 , 15 , 7 , 6 (مجموعةA)
		إجازة اليوم الوطني و يوم التحرير			

الخامس	الانماط والجبر والدوال	تابع (5 – 5) التكامل بالتجزيء	1	كتاب الطالب	تعليق : مثال 7 , 3 + حاول ان تحل 7 , 4
				الكراسة	تعليق: ص18 رقم 17 , 16 , 15 , 7 , 6 (مجموعةA)
		(6 – 5) التكامل باستخدام الكسور الجزئية	5	كتاب الطالب	تعليق : مثال 7 , 6 + حاول ان تحل 7 , 6
				الكراسة	تعليق: ص20 رقم 12 , 11 , 10 (مجموعةA) تعليق: ص21 رقم 10 (مجموعةB)
السادس	الانماط والجبر والدوال	(7 – 5) التكامل المحدد	5	كتاب الطالب	تعليق: مثال 5 + حاول ان تحل 5 , 2(a)
				الكراسة	تعليق: ص22 رقم 23 , 13 , 12 (مجموعةA)
		مراجعة	1		
السابع	الانماط والجبر والدوال	تابع(7 – 5) التكامل المحدد	1	كتاب الطالب	تعليق: مثال 5 + حاول ان تحل 5 , 2(a)
				الكراسة	تعليق: ص22 رقم 23 , 13 , 12 (مجموعةA)
		(1 – 6) المساحات في المستوى	3	كتاب الطالب	تعليق: (القيم المحدودة لدوال متغيرة) (من ص73 إلى ص75)
				الكراسة	تعليق: ص27 رقم 9 , 8 , 6 (مجموعةA) تعليق: ص28 رقم 9 (مجموعةB)
		(2 – 6) حجوم الأجسام الدورانية	2	كتاب الطالب	تعليق : مثال 4
				الكراسة	تعليق: ص30 رقم 9 , 6 , 5 (مجموعةA) تعليق: ص30 رقم 4 (مجموعةB) تعليق: ص31 رقم 12 , 11 , 10 (مجموعةB)

WWW.TMKNKW.COM

الثامن	الانماط والجبر والدوال	تابع(2 – 6) حجوم الأجسام الدورانية	1	كتاب الطالب	تعليق: مثال 4
				الكراسة	تعليق: ص30 رقم 5 , 6 , 9 (مجموعةA) تعليق: ص30 رقم 4 (مجموعةB) تعليق: ص31 رقم 10 , 11 , 12 (مجموعةB)
		(3 – 6) طول قوس ومعادلة منحنى دالة	4	كتاب الطالب	تعليق : مثال 6 + حاول أن تحل 6
				الكراسة	تعليق: ص32 رقم 3 , 9 (مجموعةA) تعليق: ص33 رقم 9 (مجموعةB)
		(4 – 6) المعادلات التفاضلية	1	كتاب الطالب	تعليق: الحالة السادسة من ص 91 إلى ص 93
				الكراسة	تعليق: ص34 رقم (من 15 إلى 19) (مجموعةA) تعليق: ص35 رقم 5 , 6 , 7 , 12 (مجموعةB) تعليق: ص36 رقم 13 , 14 (مجموعةB)
التاسع	الانماط والجبر والدوال	تابع(4 – 6) المعادلات التفاضلية	2	كتاب الطالب	تعليق: الحالة السادسة من ص 91 إلى ص 93
				الكراسة	تعليق: ص34 رقم (من 15 إلى 19) (مجموعةA) تعليق: ص35 رقم 5 , 6 , 7 , 12 (مجموعةB) تعليق: ص36 رقم 13 , 14 (مجموعةB)
		إجازة عيد الفطر المبارك			
العاشر	الانماط والجبر والدوال	تابع(4 – 6) المعادلات التفاضلية	1	كتاب الطالب	تعليق: الحالة السادسة من ص 91 إلى ص 93
				الكراسة	تعليق: ص34 رقم (من 15 إلى 19) (مجموعةA) تعليق: ص35 رقم 5 , 6 , 7 , 12 (مجموعةB) تعليق: ص36 رقم 13 , 14 (مجموعةB)
		(1 – 7) القطوع المخروطية – القطع المكافئ	3	كتاب الطالب	تعليق: مثال 8 + حاول أن تحل 8
				الكراسة	تعليق: ص40 رقم 13 (مجموعةA)
		(2 – 7) القطع الناقص	2	كتاب الطالب	تعليق: مثال 5(a) , 7 , 8 , 5 + حاول أن تحل
				الكراسة	تعليق: ص43 رقم 9 (مجموعةA)

الحادي عشر	الانماط والجبر والدوال	تابع(2 – 7) القطع الناقص	2	كتاب الطالب	تعليق: مثال 5(a) , 7 , 8 , 5 + حاول أن تحل
				الكراسة	تعليق: ص43 رقم 9 (مجموعةA)
		(3 – 7) القطع الزائد	3	كتاب الطالب	تعليق : مثال 5 , 6 و حاول ان تحل 5 , 6
				الكراسة	تعليق: ص46 رقم 6 , 7 (مجموعةA) تعليق: ص47 رقم 6 (مجموعةB)
		مراجعة	1		
الثاني عشر	الانماط والجبر والدوال	تابع(3 – 7) القطع الزائد	1	كتاب الطالب	تعليق : مثال 5 , 6 و حاول ان تحل 5 , 6
				الكراسة	تعليق: ص46 رقم 6 , 7 (مجموعةA) تعليق: ص47 رقم 6 (مجموعةB)
		(4 – 7) الاختلاف المركزي	3	كتاب الطالب	تعليق : مثال 4 + حاول أن تحل 4
				الكراسة	تعليق: ص49 رقم 9 (مجموعةA)
	تحليل البيانات والاحتمال	(1 – 8) المتغيرات العشوائية المتقطعة	2	كتاب الطالب	تعليق:(فقط تمثيل بيان الدالة المرسوم في ص 146،147) تعليق: مثال 6 + حاول أن تحل 6 تعليق: توزيع ذات الحدين من ص 155 إلى ص 158
				الكراسة	تعليق: ص55 رقم 5 (مجموعةA) تعليق: ص56 رقم 10 (مجموعةA) تعليق: ص57 رقم 11 , 12 , 13 (مجموعةA) تعليق: ص58 رقم 8 (مجموعةB) تعليق: ص59 رقم 17 , 19 , 21 (مجموعةB)

WWW.TMKNKW.COM

الثلث عشر	تحليل البيانات والاحتمال	تابع(1 – 8) المتغيرات العشوائية المتقطعة	3	كتاب الطالب	تعليق:(فقط تمثيل بيان الدالة المرسوم في ص 146،147) تعليق: مثال 6 + حاول أن تحل 6 تعليق: توزيع ذات الحدين من ص 155 إلى ص 158
				الكراسة	تعليق: ص55 رقم 5 (مجموعةA) تعليق: ص56 رقم 10 (مجموعةA) تعليق: ص57 رقم 11 , 12 , 13 (مجموعةA) تعليق: ص58 رقم 8 (مجموعةB) تعليق: ص59 رقم 17 , 19 , 21 (مجموعةB)
		(2 – 8) المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة)	3	كتاب الطالب	-
				الكراسة	تعليق: ص62 رقم 9 , 13
الرابع عشر	تحليل البيانات والاحتمال	تابع(2 – 8) المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة)	3	كتاب الطالب	----------
				الكراسة	تعليق: ص62 رقم 9 , 13
		مراجعة	3		

WWW.TMKNKW.COM

التعديلات مادة الرياضيات الصف الثاني عشر علمي

في الصفحات التالية تعديلات لبعض الأخطاء المطبعية والحسابية في مذكرة الرياضيات الصف الثاني عشر علمي مكان التعديل مظلل باللون الأصفر.

- الصفحة 4
- الصفحة 5
- الصفحة 8
- الصفحة 12
- الصفحة 22
- الصفحة 32
- الصفحة 37
- الصفحة 47
- الصفحة 54
- الصفحة 55
- الصفحة 56
- الصفحة 59
- الصفحة 61
- الصفحة 65
- الصفحة 72
- الصفحة 73
- الصفحة 77
- الصفحة 101
- الصفحة 102 الصفحة 106 الصفحة 119

التكامل غير المحدد

س ٩ أوجد $\int (2x - 3)(x + 4)dx$

$$= \int (2x^2 + 8x - 3x - 12)\,dx$$
$$= \int (2x^2 + 5x - 12)\,dx$$
$$= \frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 12x + C$$

س ١٠ أوجد $\int \frac{x^2+5x+4}{x+1}dx$

$$= \int \frac{(x+1)(x+4)}{x+1}\,dx$$
$$= \int x + 4\,dx$$
$$= \frac{1}{2}x^2 + 4x + C$$

س ١١ أوجد $\int (\frac{3x^2-x}{x})^2\,dx$

$$= \int (\frac{3x^2}{x} - \frac{x}{x})^2\,dx$$
$$= \int (3x - 1)^2\,dx$$
$$= \int ((3x)^2 - 2(3x)(1) + (1)^2)\,dx$$
$$= \int (9x^2 - 6x + 1)\,dx$$
$$= \frac{9}{3}x^3 - \frac{6}{2}x^2 + x + C$$
$$= x^3 - 3x^2 + x + C$$

WWW.TMKNKW.COM

التكامل غير المحدد

س ١٢ أوجد

a) $\int \sqrt{x}\,dx$ b) $\int \sqrt[5]{x^2}\,dx$

$$\int \sqrt{x}\,dx = \int x^{\frac{1}{2}}\,dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$$

$$\int \sqrt[5]{x^2}\,dx = \int x^{\frac{2}{5}}\,dx = \frac{5}{7}x^{\frac{7}{5}} + C$$

س ١٣ أوجد

a) $\int x\sqrt{x}\,dx$ b) $\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$

$$\int x\sqrt{x}\,dx = \int x \cdot x^{\frac{1}{2}}\,dx = \int x^{\frac{3}{2}}\,dx$$

$$= \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = \int x^{-\frac{1}{2}}\,dx = 2x^{\frac{1}{2}} + C$$

س ١٤ أوجد

$$\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x}+1}dx$$

$$\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x}+1}\,dx = \int \frac{(\sqrt[3]{x}+1)((\sqrt[3]{x})^2 - \sqrt[3]{x}\cdot 1 + 1^2)}{\sqrt[3]{x}+1}\,dx$$

$$= \int (\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1)\,dx$$

$$= \int (x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1)\,dx$$

$$= \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} - \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + x + C$$

$$= \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} - \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + x + C$$

WWW.TMKNKW.COM

التكامل بالتعويض

س ١ أوجد $\int (x^3 + 4x^2 + x)^3 (3x^2 + 8x + 1)\, dx$

$$I = \int u^3\, du$$
$$I = \frac{1}{4} u^4 + C$$
$$I = \frac{1}{4} (x^3+4x^2+x)^4 + C$$

$$u = x^3+4x^2+x$$
$$du = (3x^2+8x+1)\, dx$$
$$=$$

س ٢ أوجد $\int \sqrt[3]{x^2 - 5x + 2}\ (2x - 5)\, dx$

$$I = \int \sqrt[3]{u}\, du$$
$$I = \int u^{\frac{1}{3}}\, du$$
$$I = \frac{3}{4} u^{\frac{4}{3}} + C$$
$$I = \frac{3}{4} (x^2-5x+2)^{\frac{4}{3}} + C$$

$$u = x^2 - 5x + 2$$
$$du = (2x-5)\, dx$$

س ٣ أوجد $\int (x + 1)\sqrt{x^2 + 2x + 5}\, dx$

$$I = \int (x^2+2x+5)^{\frac{1}{2}} (x+1)\, dx$$
$$I = \int (u)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}\, du$$
$$I = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$
$$I = \frac{1}{3} (x^2+2x+5)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$u = x^2+2x+5$$
$$du = (2x+2)\, dx$$
$$\frac{1}{2} du = (x+1)\, dx$$

التكامل بالتعويض

س ١٠ أوجد $\int x^5\sqrt{3+x^2}\,dx$

$$I=\int x^2\cdot x^2\cdot(3+x^2)^{\frac{1}{2}}\cdot x\cdot dx$$

$$I=\int(u-3)(u-3)\cdot u^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{1}{2}\,du$$

$$I=\int(u^2-3u-3u+9)\cdot\frac{1}{2}u^{\frac{1}{2}}\,du$$

$$I=\int(u^2-6u+9)\cdot\frac{1}{2}u^{\frac{1}{2}}\,du$$

$$I=\int\left(\frac{1}{2}u^{\frac{5}{2}}-3u^{\frac{3}{2}}+\frac{9}{2}u^{\frac{1}{2}}\right)du$$

$$I=\frac{2}{7}\times\frac{1}{2}u^{\frac{7}{2}}-\frac{2}{5}\times3u^{\frac{5}{2}}+\frac{2}{3}\times\frac{9}{2}u^{\frac{3}{2}}+C$$

$$I=\frac{1}{7}(3+x^2)^{\frac{7}{2}}-\frac{6}{5}(3+x^2)^{\frac{5}{2}}+3(3+x^2)^{\frac{3}{2}}+C$$

$u=3+x^2$

$du=2x\cdot dx$

$\frac{1}{2}\,du=x\,dx$

$u-3=x^2$

(12) إذا كانت: $F(x)=\int(x+1)(2x^2+4x-1)dx$ ، $F(-2)=\frac{9}{8}$، فإن: $F(x)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{8}(2x^2+4x-1)^2+\frac{5}{4}$

(b) $\frac{1}{8}(2x^2+4x-1)^2+1$

(c) $\frac{1}{4}(2x^2+4x-1)^2+1$

(d) $4(2x^2+4x-1)^2-1$

الدوال الأسية واللوغاريتمية

س ٥

أوجد مشتقة كل من الدوال التالية:

a) $f(x) = \ln x^2$ **b)** $g(x) = \ln(\frac{1}{x})$ **c)** $h(x) = \ln\sqrt{x}$ **d)** $h(x) = \ln(\cos x)$

a) $f'(x) = \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x}$

b) $g'(x) = \frac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}} = -\frac{1}{x^2} \cdot \frac{x}{1} = -\frac{1}{x}$

c) $h'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2x}$

d) $h'(x) = \frac{-\sin x}{\cos(x)} = -\tan x$

س ٦

أوجد مشتقة كل من الدوال التالية:

a) $f(x) = \ln(2x + x^3)$ **b)** $g(x) = \ln(\frac{1}{2x+1})$ **c)** $h(x) = \ln(1 + \sqrt{3}x)$ **d)** $h(x) = \ln(\sin x)$

a) $f'(x) = \frac{2+3x^2}{2x+x^3}$

b) $g'(x) = \frac{\frac{-1 \times 2}{(2x+1)^2}}{\frac{1}{2x+1}} = \frac{-2}{2x+1}$

c) $h'(x) = \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}x}$

d) $h'(x) = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$

التكامل بالتجزيء

س١٣ أوجد $\int x^2 e^{x+2}\, dx$

$I = u \cdot v - \int v \cdot du$

$u = x^2 \qquad dv = e^{x+2} dx$

$I = x^2 \cdot e^{x+2} - \int e^{x+2} \cdot 2x\, dx$

$du = 2x\, dx \qquad v = e^{x+2}$

$I = x^2 \cdot e^{x+2} - 2\int x \cdot e^{x+2} dx$

$I = x^2 \cdot e^{x+2} - 2\left[x \cdot e^{x+2} - \int e^{x+2} dx\right]$

$u = x \qquad dv = e^{x+2} dx$

$I = x^2 \cdot e^{x+2} - 2[x \cdot e^{x+2} - e^{x+2}] + c$

$du = dx \qquad v = e^{x+2}$

$I = x^2 \cdot e^{x+2} - 2x \cdot e^{x+2} + 2e^{x+2} + c$

س١٤ $\int x \sin 5x\, dx$

$I = u \cdot v - \int v \cdot du$

$u = x \qquad dv = \sin 5x\, dx$

$I = x \cdot \frac{-1}{5}\cos 5x - \int \frac{-1}{5}\cos 5x\, dx$

$du = dx \qquad v = \frac{-1}{5}\cos 5x$

$I = \frac{-1}{5} x \cdot \cos 5x + \frac{1}{5}\int \cos 5x\, dx$

$I = \frac{-1}{5} x \cdot \cos 5x + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}\sin 5x + c$

$I = \frac{-1}{5} x \cdot \cos 5x + \frac{1}{25}\sin 5x + c$

التكامل باستخدام الكسور الجزئية

س ٣ أوجد $\int \frac{x^2-2}{2x^3-5x^2-3x}\,dx$

$$\frac{x^2-2}{(x)(2x+1)(x-3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{2x+1} + \frac{C}{x-3}$$

$$x^2-2 = (2x-1)(x-3)A + (x)(x-3)B + (x)(2x+1)C$$

$x = 0 \rightarrow (0)^2 - 2 = (2(0)-1)(0-3)A$

$$A = \frac{2}{3}$$

$x = 3 \rightarrow (3)^2 - 2 = (3)(2(3)+1)C$

$$C = \frac{1}{3}$$

$x = -\frac{1}{2} \rightarrow (-\frac{1}{2})^2 - 2 = (-\frac{1}{2})(-\frac{1}{2}-3)B$

$$B = -1$$

$$\int \frac{x^2-2}{(x)(2x+1)(x-3)}\,dx = \int \left(\frac{\frac{2}{3}}{x} + \frac{-1}{2x+1} + \frac{\frac{1}{3}}{x-3}\right)dx$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{1}{x}\,dx - 1\int \frac{1}{2x+1}\,dx + \frac{1}{3}\int \frac{1}{x-3}\,dx$$

$$= \frac{2}{3}\ln|x| - \frac{1}{2}\ln|2x+1| + \frac{1}{3}\ln|x-3| + c$$

WWW.TMKNKW.COM

التكامل المحدد

س ١٢ أوجد $\int_{-5}^{5} \sqrt{25-x^2}\,dx$

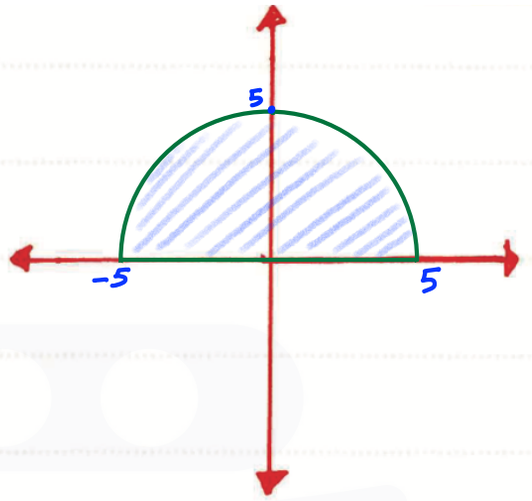
$y = \sqrt{25-x^2}$

$y^2 = 25 - x^2$

$y^2 + x^2 = 25$

معادلة دائرة مركزها $(0,0)$ ، $r=5$

y تمثل النصف العلوي للدائرة



$$\int_{-5}^{5} \sqrt{25-x^2}\,dx = \frac{1}{2}(\text{مساحة دائرة نصف قطرها } 5)$$

$$= \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi(5)^2 = \frac{25}{2}\pi$$

س ١٣ أوجد $\int_{0}^{4} -\sqrt{16-x^2}\,dx$

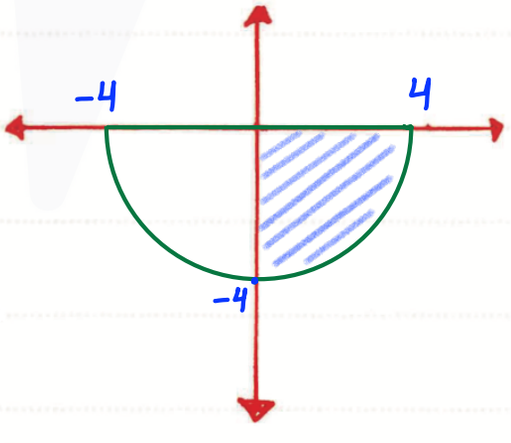
$y = -\sqrt{16-x^2}$

$y^2 = 16 - x^2$

$y^2 + x^2 = 16$

معادلة دائرة مركزها $(0,0)$ ، $r=4$

y تمثل النصف السفلي للدائرة



$$\int_{0}^{4} -\sqrt{16-x^2}\,dx = \frac{-1}{4}(\text{مساحة الدائرة نصف قطرها } 4)$$

$$= \frac{-1}{4}\pi r^2 = \frac{-1}{4}\pi(4)^2 = -4\pi$$

WWW.TMKNKW.COM

تطبيقات التكامل

المساحات في المستوي

س ١

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة f:

$f(x) = x^2 + 4 - 4x$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 4$, $x = -1$

نوجد نقاط تقاطع منحنى f مع محور السينات $f(x) = 0$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = 2 \in (-1, 4)$$

$$A = \left| \int_a^b f(x)\, dx \right|$$

$$A = \left| \int_{-1}^{2} (x^2 - 4x + 4)\, dx \right| + \left| \int_{2}^{4} (x^2 - 4x + 4)\, dx \right|$$

$$A = \left| \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x \right]_{-1}^{2} \right| + \left| \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x \right]_{2}^{4} \right|$$

$$A = \left| \left[\frac{1}{3}(2)^3 - 2(2)^2 + 4(2) \right] - \left[\frac{1}{3}(-1)^3 - 2(-1)^2 + 4(-1) \right] \right| +$$

$$\left| \left[\frac{1}{3}(4)^3 - 2(4)^2 + 4(4) \right] - \left[\frac{1}{3}(2)^3 - 2(2)^2 + 4(2) \right] \right|$$

$A = \frac{35}{3}$ وحدة مساحة

يمكن حل السؤال بطريقة مختصرة

المساحات في المستوي

س ٢

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة f:

$f(x) = x^2 + 5x + 4$ ومحور السينات

نوجد نقاط تقاطع منحنى f مع محور السينات $f(x) = 0$

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$x = -1 \qquad x = -4$$

$$V = \left| \int_{-4}^{-1} (x^2 + 5x + 4)\, dx \right|$$

$$V = \left| \left[\frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x \right]_{-4}^{-1} \right|$$

$$V = \left| \left[\frac{1}{3}(-1)^3 + \frac{5}{2}(-1)^2 + 4(-1) \right] - \left[\frac{1}{3}(-4)^3 + \frac{5}{2}(-4)^2 + 4(-4) \right] \right| = \frac{9}{2}$$

س ٣

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة f ومحور السينات في الفترة المبينة.

$f(x) = \cos x \ , \quad [0, \pi]$

نوجد نقاط تقاطع منحنى f مع محور السينات $f(x) = 0$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} \in [0, \pi]$$

$$V = \left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx \right| + \left| \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x \, dx \right|$$

$$V = \left| [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} \right| + \left| [\sin x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \right|$$

$$V = \left| [\sin \tfrac{\pi}{2}] - [\sin 0] \right| + \left| [\sin \pi] - [\sin \tfrac{\pi}{2}] \right| = 2$$

WWW.TMKNKW.COM

المساحات في المستوي

س ٤

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة f ومحور السينات في الفترة المبينة.

$$f(x) = x^3 - 9x \quad , \quad [-2, 1]$$

نوجد نقاط تقاطع المنحنى f مع محور السينات $f(x)=0$

$$x^3 - 9x = 0$$

$$x(x^2 - 9) = 0$$

$$x = 0 \in (-2,1) \qquad x = 3 \notin (-2,1) \qquad x = -3 \notin (-2,1)$$

$$A = \left| \int_a^b f(x)\,dx \right|$$

$$A = \left| \int_{-2}^{0} (x^3 - 9x)\,dx \right| + \left| \int_{0}^{1} (x^3 - 9x)\,dx \right|$$

$$A = \left| \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^2 \right]_{-2}^{0} \right| + \left| \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^2 \right]_{0}^{1} \right|$$

$$A = \left| \left[\frac{1}{4}(0)^4 - \frac{9}{2}(0)^2 \right] - \left[\frac{1}{4}(-2)^4 - \frac{9}{2}(-2)^2 \right] \right| +$$

$$\left| \left[\frac{1}{4}(1)^4 - \frac{9}{2}(1)^2 \right] - \left[\frac{1}{4}(0)^4 - \frac{9}{2}(0)^2 \right] \right|$$

$$A = \frac{73}{4}$$ وحدة مساحة

المساحات في المستوي

س ٨

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين:

$$f(x) = -2x^2 + 2 \quad , \quad g(x) = x^2 - 1$$

نوجد نقاط تقاطع المنحنيين: $g(x) - f(x) = 0$

$$x^2 - 1 + 2x^2 - 2 = 0$$

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$x = -1 \qquad x = 1$$

$$A = \left| \int_a^b g(x) - f(x)\, dx \right|$$

$$A = \left| \int_{-1}^{1} (x^2 - 1 + 2x^2 - 2)\, dx \right|$$

$$A = \left| \int_{-1}^{1} (3x^2 - 3)\, dx \right|$$

$$A = \left| \left[x^3 - 3x \right]_{-1}^{1} \right|$$

$$A = \left| [(1)^3 - 3(1)] - [(-1)^3 - 3(-1)] \right|$$

$A = 4$ وحدة مساحة

WWW.TMKNKW.COM

المساحات في المستوي

س ١٠ أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين:

$g(x) = \frac{x}{2}$, $f(x) = \sqrt{x}$ والمستقيمين $x = 0$, $x = 9$

نوجد نقاط تقاطع المنحنيين: $f(x) = g(x)$

$$\sqrt{x} = \frac{x}{2}$$

$$x = \frac{x^2}{4}$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x = 0 \qquad x = 4$$

$$A = \left| \int_a^b f(x) - g(x)\, dx \right|$$

$$A_1 = \left| \int_0^4 \left(\sqrt{x} - \frac{x}{2}\right) dx \right|$$

$$A_1 = \left| \int_0^4 \left(x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}x\right) dx \right|$$

$$A_1 = \left| \left[\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}x^2 \right]_0^4 \right|$$

$$A_1 = \left| \left[\frac{2}{3}(4)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{4}(4)^2 \right] - \left[\frac{2}{3}(0)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{4}(0)^2 \right] \right| = \frac{4}{3}$$

$$A_2 = \left| \int_4^9 \left(\sqrt{x} - \frac{x}{2}\right) dx \right|$$

$$A_2 = \frac{43}{12}$$

$$A = A_1 + A_2 = \frac{4}{3} + \frac{43}{12} = \frac{59}{12}$$

WWW.TMKNKW.COM

حجوم الأجسام الدورانية

س ٤ أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنيي الدالتين: $g(x)=\sqrt{x}$, $f(x)=x^2$

نوجد نقاط تقاطع المنحنيين:

$$f(x)=g(x)$$
$$x^2=\sqrt{x}$$
$$x^4=x$$
$$x^4-x=0$$
$$x=0 \qquad x=1$$

نختار عدد $x=0.5$ بين $(0,1)$

$$f(0.5)=(0.5)^2=0.25$$
$$g(0.5)=\sqrt{0.5}\simeq 0.71$$

$g(x)\geq f(x)\geq 0$ $\forall x\in[0,1]$

$$V=\pi\int_a^b (g(x))^2-(f(x))^2\,dx$$
$$V=\pi\int_0^1 \left((\sqrt{x})^2-(x^2)^2\right)dx$$
$$V=\pi\int_0^1 x-x^4\,dx$$
$$V=\pi\left[\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{5}x^5\right]_0^1$$
$$V=\pi\left[\frac{1}{2}(1)^2-\frac{1}{5}(1)^5\right]-\pi\left[\frac{1}{2}(0)^2-\frac{1}{5}(0)^5\right]$$
$$V=\frac{3}{10}\pi$$ وحدة حجم

WWW.TMKNKW.COM

طول القوس ومعادلة منحنى الدالة

س ٧ إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة عند أي نقطة $P(x,y)$ يساوي $\sqrt{5-4x}$ فأوجد معادلة المنحني علماً بأنه يمر بالنقطة $B(-5,3)$

الميل العمودي $= \sqrt{5-4x}$

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{5-4x}}$$

$$f(x) = -1\int (5-4x)^{-\frac{1}{2}}\,dx$$

$$f(x) = -1 \times \frac{(5-4x)^{\frac{1}{2}}}{-4 \times \frac{1}{2}} + C = \frac{1}{2}(5-4x)^{\frac{1}{2}} + C$$

$$f(-5) = \frac{1}{2}(5-4(-5))^{\frac{1}{2}} + C = 3$$

$$C = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(5-4x)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}$$

س ٨ إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة عند أي نقطة $P(x,y)$ يساوي $2x-1$ فأوجد معادلة المنحني علماً بأنه يمر بالنقطة $B(1,0)$

الميل العمودي $= 2x-1$

$$f'(x) = \frac{-1}{2x-1}$$

$$f(x) = \int \frac{-1}{2x-1}\,dx$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\ln|2x-1| + C$$

$$f(1) = -\frac{1}{2}\ln|2(1)-1| + C = 0$$

$$C = 0$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\ln|2x-1|$$

طول القوس ومعادلة منحنى الدالة

س ٩ لتكن : $f''(x) = 6x - 6$

فأوجد معادلة الدالة f إذا كانت النقطة $(-1, 15)$ نقطة حرجة للدالة.

بما أن $(-1, 15)$ نقطة حرجة

$f'(-1) = 0$

$f'(x) = \int (6x - 6)\, dx$

$f'(x) = 3x^2 - 6x + c_1$

$f'(-1) = 3(-1)^2 - 6(-1) + c_1 = 0$

$c_1 = -9$

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$

$f(-1) = 15$

$f(x) = \int (3x^2 - 6x - 9)\, dx$

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + c_2$

$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 - 9(-1) + c_2 = 15$

$c_2 = 10$

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$

س ١٠ لتكن : $f''(x) = 5x - 2$

فأوجد معادلة الدالة f إذا كانت النقطة $(2, -2)$ نقطة حرجة للدالة.

بما أن $(2, -2)$ نقطة حرجة

$f'(2) = 0$

$f'(x) = \int (5x - 2)\, dx$

$f'(x) = \frac{5}{2}x^2 - 2x + c_1$

$f'(2) = \frac{5}{2}(2)^2 - 2(2) + c_1 = 0$

$c_1 = -6$

$f'(x) = \frac{5}{2}x^2 - 2x - 6$

$f(2) = -2$

$f(x) = \int (\frac{5}{2}x^2 - 2x - 6)\, dx$

$f(x) = \frac{5}{6}x^3 - x^2 - 6x + c_2$

$f(2) = \frac{5}{6}(2)^3 - (2)^2 - 6(2) + c_2 = -2$

$c_2 = \frac{22}{3}$

$f(x) = \frac{5}{6}x^3 - x^2 - 6x + \frac{22}{3}$

WWW.TMKNKW.COM

المعادلات التفاضلية

س٦ حل المعادلة التفاضلية: $y' - 2xy = 0$

$$y' = 2xy$$

$$\frac{dy}{dx} = 2xy$$

$$\frac{dy}{y} = 2x\,dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int 2x\,dx$$

$$\ln|y| = x^2 + c$$

$$|y| = e^{x^2+c}$$

$$|y| = e^{x^2} \cdot e^{c}$$

$$y = \pm e^{c} \cdot e^{x^2}$$

$$y = k\,e^{x^2}$$

حيث $k = \pm e^{c}$

WWW.TMKNKW.COM

الاختلاف المركزي

س ١

حدد نوع القطع،

ثم أوجد معادلته حيث اختلافه المركزي $(e = 1)$ وإحدى بؤرتيه $F(-1, 0)$

بما أن $e = 1$ ← القطع مكافئ

بؤرة $F(-1, 0)$ ← $p = -1$

قطع مكافئ رأسه $(0,0)$ محور تماثله x-axis

معادلته $y^2 = 4px$

$y^2 = 4(-1)x$

$y^2 = -4x$

س ٢

حدد نوع القطع،

ثم أوجد معادلته حيث اختلافه المركزي $(e = \sqrt{3})$ ومعادلة إحدى دليليه $x = \frac{1}{3}$

$e = \sqrt{3}$ ← $e > 1$ القطع زائد

$\frac{c}{a} = \sqrt{3}$ ← $c = \sqrt{3}\,a$

دليل $x = \frac{1}{3}$ ← قطع زائد محوره القاطع ينطبق على محور السينات

$\frac{a^2}{c} = \frac{1}{3}$

$\frac{a^2}{\sqrt{3}\,a} = \frac{1}{3}$

$\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$c = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 1$

$c^2 = a^2 + b^2$

$1 = \frac{1}{3} + b^2$

$b^2 = \frac{2}{3}$

معادلته $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{\frac{1}{3}} - \frac{y^2}{\frac{2}{3}} = 1$

WWW.TMKNKW.COM

الاختلاف المركزي

س ٣

حدد نوع القطع،

ثم أوجد معادلته حيث اختلافه المركزي $(e=\frac{4}{5})$ وإحدى بؤرتيه $F(-4\sqrt{2}\,,0)$

$e=\frac{4}{5}$ ← بما أن $e<0$ قطع ناقص

$\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$ ← $a=\frac{5}{4}c$

بؤرة $(-4\sqrt{2}\,,0)$ ← $c=4\sqrt{2}$

قطع ناقص محوره الأكبر ينطبق على محور السينات

$a=\frac{5}{4}\times 4\sqrt{2} \rightarrow a=5\sqrt{2}$

$c^2=a^2-b^2$

$32=50-b^2 \rightarrow b^2=18$

معادلته $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{50}+\frac{y^2}{18}=1$

س ٤

أوجد الاختلاف المركزي لكل قطع متمايلي حيث معادلته:

$a)\ x^2+\frac{y^2}{25}=1$ $\qquad$ $b)\ 24y^2=600+25x^2$

$\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{25}=1$ قطع ناقص

$a^2=25 \rightarrow a=5$

$b^2=1 \rightarrow b=1$

$c^2=a^2-b^2=25-1=24$

$c=2\sqrt{6}$

$e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$

$\frac{y^2}{25}-\frac{x^2}{24}=1$ قطع زائد

$a^2=25 \rightarrow a=5$

$b^2=24$

$c^2=a^2+b^2=25+24=49$

$c=7$

$e=\frac{c}{a}=\frac{7}{5}$

الاحتمال

المتغيرات العشوائية المتقطعة

س ١

في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين، أوجد مجموعة القيم للمتغيرات العشوائية التالية، ثم حدد فيما إذا كانت متغيرات عشوائية متقطعة أم لا

1) المتغير العشوائي X الذي يمثل "عدد الكتابات"

2) المتغير العشوائي Y الذي يمثل "مكعب عدد الكتابات"

3) المتغير العشوائي Z الذي يمثل "عدد الكتابات مطروحاً منه 2"

S	عدد الكتابات
(H, H)	0
(H, T)	1
(T, H)	1
(T, T)	2

$S = \{(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)\}$

المدى $= \{0, 1, 2\}$

X متغير عشوائي متقطع

S	مكعب عدد الكتابات
(H, H)	$0^3 = 0$
(H, T)	$1^3 = 1$
(T, H)	1
(T, T)	8

المدى $= \{0, 1, 8\}$

Y متغير عشوائي متقطع

S	Z
(H, H)	-2
(H, T)	-1
(T, H)	-1
(T, T)	0

المدى $= \{-2, -1, 0\}$

Z متغير عشوائي متقطع

المتغيرات العشوائية المتصلة

س ٣

لتكن الدالة f :

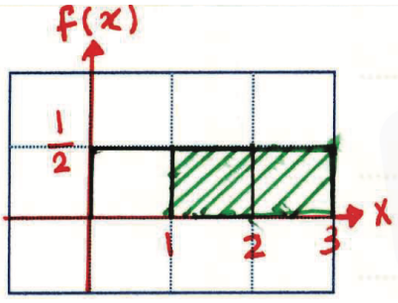
$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & : 1\le x\le 3\\ 0 & :\text{في ماعدا ذلك}\end{cases}$$

1) أثبت أن الدالة F هي دالة كثافة احتمال.

2) أثبت أن الدالة F تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

3) فأوجد $p(2<X\le 3)$

4) أوجد التوقع والتباين للدالة F



a) لإثبات أن f هي دالة كثافة احتمال يجب أن تكون

المساحة تحت المنحنى = 1

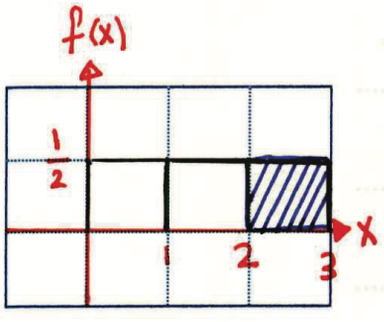
مساحة المستطيل = طول x عرض $=2\times\frac{1}{2}=1$

فإن f دالة كثافة احتمال

b)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & : a\le X\le b\\ 0 & :\text{فيما عدا ذلك}\end{cases}$$

$a=1 \quad b=3 \rightarrow \frac{1}{b-a}=\frac{1}{3-1}=\frac{1}{2}$



$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & : 1\le X\le 3\\ 0 & :\text{فيما عدا ذلك}\end{cases}$$

فإن f دالة توزيع احتمالي منتظم

$P(2<X\le 3)=$ طول x عرض $=1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

التوقع $\mu=\frac{a+b}{2}=\frac{1+3}{2}=2$

التباين $\sigma^2=\frac{(b-a)^2}{12}=\frac{(3-1)^2}{12}=\frac{1}{3}$

WWW.TMKNKW.COM