الملغي من مذكرة تمكن

الصفحة	الملغي
30	س 9 + س 10
33	س 15
41	س 7
42	س 10
45	س 9
46	س 10
60	س 9
61	س 10
62	س 9
66	س 5
68	س 4
73	س 9 + س 10
74	س 9
79	س 6 + س 7
99	س 6

113	س 10
114	س 11 + س 12
115	س 8
120	س 9
122	س 13

الملغي من كتاب الوزارة

الأول	الأنماط والجبر والدوال	(1 – 5) التكامل غير المحدد	5	كتاب الطالب	تعليق : مثال 8 + حاول ان تحل 8
				الكراسة	تعليق: ص9 رقم 18 , 17
		(2– 5) التكامل بالتعويض	1	كتاب الطالب	----------
				الكراسة	----------
الثاني	الأنماط والجبر والدوال	تابع (2– 5) التكامل بالتعويض	3	كتاب الطالب	----------
				الكراسة	----------
		(3 – 5) تكامل الدوال المثلثية	3	كتاب الطالب	----------
				الكراسة	----------
الثالث	الأنماط والجبر والدوال	(4 – 5) الدوال الأسية واللوغاريتمية	4	كتاب الطالب	----------
				الكراسة	----------
		(5 – 5) التكامل بالتجزيء	2	كتاب الطالب	تعليق : مثال 7 , 3 + حاول ان تحل 7 , 4
				الكراسة	تعليق: ص18 رقم 17 , 16 , 15 , 7 , 6 (مجموعةA)
الرابع	الانماط والجبر والدوال	تابع (5 – 5) التكامل بالتجزيء	2	كتاب الطالب	تعليق : مثال 7 , 3 + حاول ان تحل 7 , 4
				الكراسة	تعليق: ص18 رقم 17 , 16 , 15 , 7 , 6 (مجموعةA)
		إجازة اليوم الوطني و يوم التحرير			

الخامس	الانماط والجبر والدوال	تابع (5 – 5) التكامل بالتجزيء	1	كتاب الطالب	تعليق : مثال 7 , 3 + حاول ان تحل 7 , 4
				الكراسة	تعليق: ص18 رقم 17 , 16 , 15 , 7 , 6 (مجموعةA)
		(6 – 5) التكامل باستخدام الكسور الجزئية	5	كتاب الطالب	تعليق : مثال 7 , 6 + حاول ان تحل 7 , 6
				الكراسة	تعليق: ص20 رقم 12 , 11 , 10 (مجموعةA) تعليق: ص21 رقم 10 (مجموعةB)
السادس	الانماط والجبر والدوال	(7 – 5) التكامل المحدد	5	كتاب الطالب	تعليق: مثال 5 + حاول ان تحل 5 , 2(a)
				الكراسة	تعليق: ص22 رقم 23 , 13 , 12 (مجموعةA)
		مراجعة	1		
السابع	الانماط والجبر والدوال	تابع(7 – 5) التكامل المحدد	1	كتاب الطالب	تعليق: مثال 5 + حاول ان تحل 5 , 2(a)
				الكراسة	تعليق: ص22 رقم 23 , 13 , 12 (مجموعةA)
		(1 – 6) المساحات في المستوى	3	كتاب الطالب	تعليق: (القيم المحدودة لدوال متغيرة) (من ص73 إلى ص75)
				الكراسة	تعليق: ص27 رقم 9 , 8 , 6 (مجموعةA) تعليق: ص28 رقم 9 (مجموعةB)
		(2 – 6) حجوم الأجسام الدورانية	2	كتاب الطالب	تعليق : مثال 4
				الكراسة	تعليق: ص30 رقم 9 , 6 , 5 (مجموعةA) تعليق: ص30 رقم 4 (مجموعةB) تعليق: ص31 رقم 12 , 11 , 10 (مجموعةB)

WWW.TMKNKW.COM

الثامن	الانماط والجبر والدوال	تابع(2 – 6) حجوم الأجسام الدورانية	1	كتاب الطالب	تعليق: مثال 4
				الكراسة	تعليق: ص30 رقم 5 , 6 , 9 (مجموعةA) تعليق: ص30 رقم 4 (مجموعةB) تعليق: ص31 رقم 10 , 11 , 12 (مجموعةB)
		(3 – 6) طول قوس ومعادلة منحنى دالة	4	كتاب الطالب	تعليق : مثال 6 + حاول أن تحل 6
				الكراسة	تعليق: ص32 رقم 3 , 9 (مجموعةA) تعليق: ص33 رقم 9 (مجموعةB)
		(4 – 6) المعادلات التفاضلية	1	كتاب الطالب	تعليق: الحالة السادسة من ص 91 إلى ص 93
				الكراسة	تعليق: ص34 رقم (من 15 إلى 19) (مجموعةA) تعليق: ص35 رقم 5 , 6 , 7 , 12 (مجموعةB) تعليق: ص36 رقم 13 , 14 (مجموعةB)
التاسع	الانماط والجبر والدوال	تابع(4 – 6) المعادلات التفاضلية	2	كتاب الطالب	تعليق: الحالة السادسة من ص 91 إلى ص 93
				الكراسة	تعليق: ص34 رقم (من 15 إلى 19) (مجموعةA) تعليق: ص35 رقم 5 , 6 , 7 , 12 (مجموعةB) تعليق: ص36 رقم 13 , 14 (مجموعةB)
		إجازة عيد الفطر المبارك			
العاشر	الانماط والجبر والدوال	تابع(4 – 6) المعادلات التفاضلية	1	كتاب الطالب	تعليق: الحالة السادسة من ص 91 إلى ص 93
				الكراسة	تعليق: ص34 رقم (من 15 إلى 19) (مجموعةA) تعليق: ص35 رقم 5 , 6 , 7 , 12 (مجموعةB) تعليق: ص36 رقم 13 , 14 (مجموعةB)
		(1 – 7) القطوع المخروطية – القطع المكافئ	3	كتاب الطالب	تعليق: مثال 8 + حاول أن تحل 8
				الكراسة	تعليق: ص40 رقم 13 (مجموعةA)
		(2 – 7) القطع الناقص	2	كتاب الطالب	تعليق: مثال 5(a) , 7 , 8 , 5 + حاول أن تحل
				الكراسة	تعليق: ص43 رقم 9 (مجموعةA)

الحادي عشر	الانماط والجبر والدوال	تابع(2 – 7) القطع الناقص	2	كتاب الطالب	تعليق: مثال 5(a) , 7 , 8 , 5 + حاول أن تحل
				الكراسة	تعليق: ص43 رقم 9 (مجموعةA)
		(3 – 7) القطع الزائد	3	كتاب الطالب	تعليق : مثال 5 , 6 و حاول ان تحل 5 , 6
				الكراسة	تعليق: ص46 رقم 6 , 7 (مجموعةA) تعليق: ص47 رقم 6 (مجموعةB)
		مراجعة	1		
الثاني عشر	الانماط والجبر والدوال	تابع(3 – 7) القطع الزائد	1	كتاب الطالب	تعليق : مثال 5 , 6 و حاول ان تحل 5 , 6
				الكراسة	تعليق: ص46 رقم 6 , 7 (مجموعةA) تعليق: ص47 رقم 6 (مجموعةB)
		(4 – 7) الاختلاف المركزي	3	كتاب الطالب	تعليق : مثال 4 + حاول أن تحل 4
				الكراسة	تعليق: ص49 رقم 9 (مجموعةA)
	تحليل البيانات والاحتمال	(1 – 8) المتغيرات العشوائية المتقطعة	2	كتاب الطالب	تعليق:(فقط تمثيل بيان الدالة المرسوم في ص 146،147) تعليق: مثال 6 + حاول أن تحل 6 تعليق: توزيع ذات الحدين من ص 155 إلى ص 158
				الكراسة	تعليق: ص55 رقم 5 (مجموعةA) تعليق: ص56 رقم 10 (مجموعةA) تعليق: ص57 رقم 11 , 12 , 13 (مجموعةA) تعليق: ص58 رقم 8 (مجموعةB) تعليق: ص59 رقم 17 , 19 , 21 (مجموعةB)

WWW.TMKNKW.COM

الثلث عشر	تحليل البيانات والاحتمال	تابع(1 – 8) المتغيرات العشوائية المتقطعة	3	كتاب الطالب	تعليق:(فقط تمثيل بيان الدالة المرسوم في ص 146،147) تعليق: مثال 6 + حاول أن تحل 6 تعليق: توزيع ذات الحدين من ص 155 إلى ص 158
				الكراسة	تعليق: ص55 رقم 5 (مجموعةA) تعليق: ص56 رقم 10 (مجموعةA) تعليق: ص57 رقم 11 , 12 , 13 (مجموعةA) تعليق: ص58 رقم 8 (مجموعةB) تعليق: ص59 رقم 17 , 19 , 21 (مجموعةB)
		(2 – 8) المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة)	3	كتاب الطالب	-
				الكراسة	تعليق: ص62 رقم 9 , 13
الرابع عشر	تحليل البيانات والاحتمال	تابع(2 – 8) المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة)	3	كتاب الطالب	----------
				الكراسة	تعليق: ص62 رقم 9 , 13
		مراجعة	3		

WWW.TMKNKW.COM

التعديلات مادة الرياضيات الصف الثاني عشر علمي

في الصفحات التالية تعديلات لبعض الأخطاء المطبعية والحسابية في مذكرة الرياضيات الصف الثاني عشر علمي مكان التعديل مظلل باللون الأصفر.

- الصفحة 4
- الصفحة 5
- الصفحة 8
- الصفحة 12
- الصفحة 22
- الصفحة 32
- الصفحة 37
- الصفحة 47
- الصفحة 54
- الصفحة 55
- الصفحة 56
- الصفحة 59
- الصفحة 61
- الصفحة 65
- الصفحة 72
- الصفحة 73
- الصفحة 77
- الصفحة 101
- الصفحة 102 الصفحة 106 الصفحة 119

التكامل غير المحدد

س ٩ أوجد $\int (2x - 3)(x + 4)dx$

$$= \int (2x^2 + 8x - 3x - 12)\,dx$$
$$= \int (2x^2 + 5x - 12)\,dx$$
$$= \frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 12x + C$$

س ١٠ أوجد $\int \frac{x^2+5x+4}{x+1}dx$

$$= \int \frac{(x+1)(x+4)}{x+1}\,dx$$
$$= \int x + 4\,dx$$
$$= \frac{1}{2}x^2 + 4x + C$$

س ١١ أوجد $\int (\frac{3x^2-x}{x})^2\,dx$

$$= \int (\frac{3x^2}{x} - \frac{x}{x})^2\,dx$$
$$= \int (3x - 1)^2\,dx$$
$$= \int ((3x)^2 - 2(3x)(1) + (1)^2)\,dx$$
$$= \int (9x^2 - 6x + 1)\,dx$$
$$= \frac{9}{3}x^3 - \frac{6}{2}x^2 + x + C$$
$$= x^3 - 3x^2 + x + C$$

WWW.TMKNKW.COM

التكامل غير المحدد

س ١٢ أوجد

a) $\int \sqrt{x}\,dx$ b) $\int \sqrt[5]{x^2}\,dx$

$$\int \sqrt{x}\,dx = \int x^{\frac{1}{2}}\,dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$$

$$\int \sqrt[5]{x^2}\,dx = \int x^{\frac{2}{5}}\,dx = \frac{5}{7}x^{\frac{7}{5}} + C$$

س ١٣ أوجد

a) $\int x\sqrt{x}\,dx$ b) $\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$

$$\int x\sqrt{x}\,dx = \int x \cdot x^{\frac{1}{2}}\,dx = \int x^{\frac{3}{2}}\,dx$$

$$= \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = \int x^{-\frac{1}{2}}\,dx = 2x^{\frac{1}{2}} + C$$

س ١٤ أوجد

$$\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x}+1}dx$$

$$\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x}+1}\,dx = \int \frac{(\sqrt[3]{x}+1)((\sqrt[3]{x})^2 - \sqrt[3]{x}\cdot 1 + 1^2)}{\sqrt[3]{x}+1}\,dx$$

$$= \int (\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1)\,dx$$

$$= \int (x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1)\,dx$$

$$= \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} - \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + x + C$$

$$= \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} - \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + x + C$$

WWW.TMKNKW.COM

التكامل بالتعويض

س ١ أوجد $\int (x^3 + 4x^2 + x)^3 (3x^2 + 8x + 1)\, dx$

$$I = \int u^3\, du$$
$$I = \frac{1}{4} u^4 + C$$
$$I = \frac{1}{4} (x^3+4x^2+x)^4 + C$$

$$u = x^3+4x^2+x$$
$$du = (3x^2+8x+1)\, dx$$
$$=$$

س ٢ أوجد $\int \sqrt[3]{x^2 - 5x + 2}\ (2x - 5)\, dx$

$$I = \int \sqrt[3]{u}\, du$$
$$I = \int u^{\frac{1}{3}}\, du$$
$$I = \frac{3}{4} u^{\frac{4}{3}} + C$$
$$I = \frac{3}{4} (x^2-5x+2)^{\frac{4}{3}} + C$$

$$u = x^2 - 5x + 2$$
$$du = (2x-5)\, dx$$

س ٣ أوجد $\int (x + 1)\sqrt{x^2 + 2x + 5}\, dx$

$$I = \int (x^2+2x+5)^{\frac{1}{2}} (x+1)\, dx$$
$$I = \int (u)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}\, du$$
$$I = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C$$
$$I = \frac{1}{3} (x^2+2x+5)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$u = x^2+2x+5$$
$$du = (2x+2)\, dx$$
$$\frac{1}{2} du = (x+1)\, dx$$

التكامل بالتعويض

س ١٠ أوجد $\int x^5\sqrt{3+x^2}\,dx$

$$I=\int x^2\cdot x^2\cdot(3+x^2)^{\frac{1}{2}}\cdot x\cdot dx$$

$$I=\int(u-3)(u-3)\cdot u^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{1}{2}\,du$$

$$I=\int(u^2-3u-3u+9)\cdot\frac{1}{2}u^{\frac{1}{2}}\,du$$

$$I=\int(u^2-6u+9)\cdot\frac{1}{2}u^{\frac{1}{2}}\,du$$

$$I=\int\left(\frac{1}{2}u^{\frac{5}{2}}-3u^{\frac{3}{2}}+\frac{9}{2}u^{\frac{1}{2}}\right)du$$

$$I=\frac{2}{7}\times\frac{1}{2}u^{\frac{7}{2}}-\frac{2}{5}\times3u^{\frac{5}{2}}+\frac{2}{3}\times\frac{9}{2}u^{\frac{3}{2}}+C$$

$$I=\frac{1}{7}(3+x^2)^{\frac{7}{2}}-\frac{6}{5}(3+x^2)^{\frac{5}{2}}+3(3+x^2)^{\frac{3}{2}}+C$$

$u=3+x^2$

$du=2x\cdot dx$

$\frac{1}{2}\,du=x\,dx$

$u-3=x^2$

(12) إذا كانت: $F(x)=\int(x+1)(2x^2+4x-1)dx$ ، $F(-2)=\frac{9}{8}$، فإن: $F(x)$ تساوي:

(a) $\frac{1}{8}(2x^2+4x-1)^2+\frac{5}{4}$

(b) $\frac{1}{8}(2x^2+4x-1)^2+1$

(c) $\frac{1}{4}(2x^2+4x-1)^2+1$

(d) $4(2x^2+4x-1)^2-1$

الدوال الأسية واللوغاريتمية

س ٥

أوجد مشتقة كل من الدوال التالية:

a) $f(x) = \ln x^2$ **b)** $g(x) = \ln(\frac{1}{x})$ **c)** $h(x) = \ln\sqrt{x}$ **d)** $h(x) = \ln(\cos x)$

a) $f'(x) = \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x}$

b) $g'(x) = \frac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}} = -\frac{1}{x^2} \cdot \frac{x}{1} = -\frac{1}{x}$

c) $h'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2x}$

d) $h'(x) = \frac{-\sin x}{\cos(x)} = -\tan x$

س ٦

أوجد مشتقة كل من الدوال التالية:

a) $f(x) = \ln(2x + x^3)$ **b)** $g(x) = \ln(\frac{1}{2x+1})$ **c)** $h(x) = \ln(1 + \sqrt{3}x)$ **d)** $h(x) = \ln(\sin x)$

a) $f'(x) = \frac{2+3x^2}{2x+x^3}$

b) $g'(x) = \frac{\frac{-1 \times 2}{(2x+1)^2}}{\frac{1}{2x+1}} = \frac{-2}{2x+1}$

c) $h'(x) = \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}x}$

d) $h'(x) = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$

التكامل بالتجزيء

س١٣ أوجد $\int x^2 e^{x+2}\, dx$

$I = u \cdot v - \int v \cdot du$

$u = x^2 \qquad dv = e^{x+2} dx$

$I = x^2 \cdot e^{x+2} - \int e^{x+2} \cdot 2x\, dx$

$du = 2x\, dx \qquad v = e^{x+2}$

$I = x^2 \cdot e^{x+2} - 2\int x \cdot e^{x+2} dx$

$I = x^2 \cdot e^{x+2} - 2\left[x \cdot e^{x+2} - \int e^{x+2} dx\right]$

$u = x \qquad dv = e^{x+2} dx$

$I = x^2 \cdot e^{x+2} - 2[x \cdot e^{x+2} - e^{x+2}] + c$

$du = dx \qquad v = e^{x+2}$

$I = x^2 \cdot e^{x+2} - 2x \cdot e^{x+2} + 2e^{x+2} + c$

س١٤ $\int x \sin 5x\, dx$

$I = u \cdot v - \int v \cdot du$

$u = x \qquad dv = \sin 5x\, dx$

$I = x \cdot \frac{-1}{5}\cos 5x - \int \frac{-1}{5}\cos 5x\, dx$

$du = dx \qquad v = \frac{-1}{5}\cos 5x$

$I = \frac{-1}{5} x \cdot \cos 5x + \frac{1}{5}\int \cos 5x\, dx$

$I = \frac{-1}{5} x \cdot \cos 5x + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}\sin 5x + c$

$I = \frac{-1}{5} x \cdot \cos 5x + \frac{1}{25}\sin 5x + c$

التكامل باستخدام الكسور الجزئية

س ٣ أوجد $\int \frac{x^2-2}{2x^3-5x^2-3x}\,dx$

$$\frac{x^2-2}{(x)(2x+1)(x-3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{2x+1} + \frac{C}{x-3}$$

$$x^2-2 = (2x-1)(x-3)A + (x)(x-3)B + (x)(2x+1)C$$

$x = 0 \rightarrow (0)^2 - 2 = (2(0)-1)(0-3)A$

$$A = \frac{2}{3}$$

$x = 3 \rightarrow (3)^2 - 2 = (3)(2(3)+1)C$

$$C = \frac{1}{3}$$

$x = -\frac{1}{2} \rightarrow (-\frac{1}{2})^2 - 2 = (-\frac{1}{2})(-\frac{1}{2}-3)B$

$$B = -1$$

$$\int \frac{x^2-2}{(x)(2x+1)(x-3)}\,dx = \int \left(\frac{\frac{2}{3}}{x} + \frac{-1}{2x+1} + \frac{\frac{1}{3}}{x-3}\right)dx$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{1}{x}\,dx - 1\int \frac{1}{2x+1}\,dx + \frac{1}{3}\int \frac{1}{x-3}\,dx$$

$$= \frac{2}{3}\ln|x| - \frac{1}{2}\ln|2x+1| + \frac{1}{3}\ln|x-3| + c$$

WWW.TMKNKW.COM

التكامل المحدد

س ١٢ أوجد $\int_{-5}^{5} \sqrt{25-x^2}\,dx$

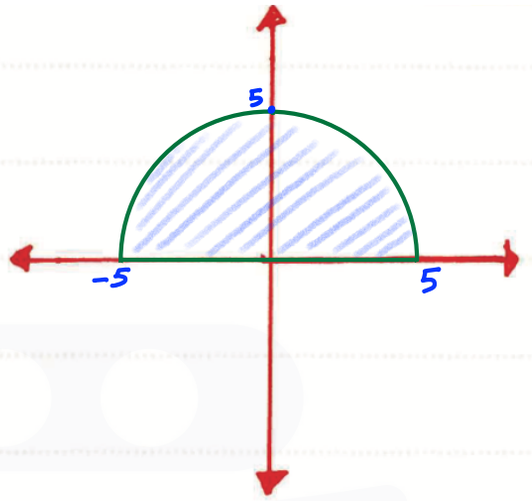
$y = \sqrt{25-x^2}$

$y^2 = 25 - x^2$

$y^2 + x^2 = 25$

معادلة دائرة مركزها $(0,0)$ ، $r=5$

y تمثل النصف العلوي للدائرة



$$\int_{-5}^{5} \sqrt{25-x^2}\,dx = \frac{1}{2}(\text{مساحة دائرة نصف قطرها } 5)$$

$$= \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi(5)^2 = \frac{25}{2}\pi$$

س ١٣ أوجد $\int_{0}^{4} -\sqrt{16-x^2}\,dx$

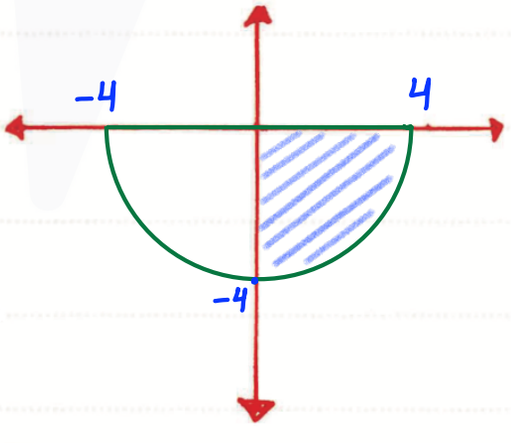
$y = -\sqrt{16-x^2}$

$y^2 = 16 - x^2$

$y^2 + x^2 = 16$

معادلة دائرة مركزها $(0,0)$ ، $r=4$

y تمثل النصف السفلي للدائرة



$$\int_{0}^{4} -\sqrt{16-x^2}\,dx = \frac{-1}{4}(\text{مساحة الدائرة نصف قطرها } 4)$$

$$= \frac{-1}{4}\pi r^2 = \frac{-1}{4}\pi(4)^2 = -4\pi$$

WWW.TMKNKW.COM

تطبيقات التكامل

المساحات في المستوي

س ١

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة f:

$f(x) = x^2 + 4 - 4x$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 4$, $x = -1$

نوجد نقاط تقاطع منحنى f مع محور السينات $f(x) = 0$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = 2 \in (-1, 4)$$

$$A = \left| \int_a^b f(x)\, dx \right|$$

$$A = \left| \int_{-1}^{2} (x^2 - 4x + 4)\, dx \right| + \left| \int_{2}^{4} (x^2 - 4x + 4)\, dx \right|$$

$$A = \left| \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x \right]_{-1}^{2} \right| + \left| \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x \right]_{2}^{4} \right|$$

$$A = \left| \left[\frac{1}{3}(2)^3 - 2(2)^2 + 4(2) \right] - \left[\frac{1}{3}(-1)^3 - 2(-1)^2 + 4(-1) \right] \right| +$$

$$\left| \left[\frac{1}{3}(4)^3 - 2(4)^2 + 4(4) \right] - \left[\frac{1}{3}(2)^3 - 2(2)^2 + 4(2) \right] \right|$$

$A = \frac{35}{3}$ وحدة مساحة

يمكن حل السؤال بطريقة مختصرة

المساحات في المستوي

س ٢

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة f:

$f(x) = x^2 + 5x + 4$ ومحور السينات

نوجد نقاط تقاطع منحنى f مع محور السينات $f(x) = 0$

$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$x = -1 \qquad x = -4$$

$$V = \left| \int_{-4}^{-1} (x^2 + 5x + 4)\, dx \right|$$

$$V = \left| \left[\frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x \right]_{-4}^{-1} \right|$$

$$V = \left| \left[\frac{1}{3}(-1)^3 + \frac{5}{2}(-1)^2 + 4(-1) \right] - \left[\frac{1}{3}(-4)^3 + \frac{5}{2}(-4)^2 + 4(-4) \right] \right| = \frac{9}{2}$$

س ٣

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة f ومحور السينات في الفترة المبينة.

$f(x) = \cos x \ , \quad [0, \pi]$

نوجد نقاط تقاطع منحنى f مع محور السينات $f(x) = 0$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} \in [0, \pi]$$

$$V = \left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx \right| + \left| \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x \, dx \right|$$

$$V = \left| [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} \right| + \left| [\sin x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \right|$$

$$V = \left| [\sin \tfrac{\pi}{2}] - [\sin 0] \right| + \left| [\sin \pi] - [\sin \tfrac{\pi}{2}] \right| = 2$$

WWW.TMKNKW.COM

المساحات في المستوي

س ٤

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة f ومحور السينات في الفترة المبينة.

$$f(x) = x^3 - 9x \quad , \quad [-2, 1]$$

نوجد نقاط تقاطع المنحنى f مع محور السينات $f(x)=0$

$$x^3 - 9x = 0$$

$$x(x^2 - 9) = 0$$

$$x = 0 \in (-2,1) \qquad x = 3 \notin (-2,1) \qquad x = -3 \notin (-2,1)$$

$$A = \left| \int_a^b f(x)\,dx \right|$$

$$A = \left| \int_{-2}^{0} (x^3 - 9x)\,dx \right| + \left| \int_{0}^{1} (x^3 - 9x)\,dx \right|$$

$$A = \left| \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^2 \right]_{-2}^{0} \right| + \left| \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^2 \right]_{0}^{1} \right|$$

$$A = \left| \left[\frac{1}{4}(0)^4 - \frac{9}{2}(0)^2 \right] - \left[\frac{1}{4}(-2)^4 - \frac{9}{2}(-2)^2 \right] \right| +$$

$$\left| \left[\frac{1}{4}(1)^4 - \frac{9}{2}(1)^2 \right] - \left[\frac{1}{4}(0)^4 - \frac{9}{2}(0)^2 \right] \right|$$

$$A = \frac{73}{4}$$ وحدة مساحة

المساحات في المستوي

س ٨

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين:

$$f(x) = -2x^2 + 2 \quad , \quad g(x) = x^2 - 1$$

نوجد نقاط تقاطع المنحنيين: $g(x) - f(x) = 0$

$$x^2 - 1 + 2x^2 - 2 = 0$$

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$x = -1 \qquad x = 1$$

$$A = \left| \int_a^b g(x) - f(x)\, dx \right|$$

$$A = \left| \int_{-1}^{1} (x^2 - 1 + 2x^2 - 2)\, dx \right|$$

$$A = \left| \int_{-1}^{1} (3x^2 - 3)\, dx \right|$$

$$A = \left| \left[x^3 - 3x \right]_{-1}^{1} \right|$$

$$A = \left| [(1)^3 - 3(1)] - [(-1)^3 - 3(-1)] \right|$$

$A = 4$ وحدة مساحة

WWW.TMKNKW.COM

المساحات في المستوي

س ١٠ أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين:

$g(x) = \frac{x}{2}$, $f(x) = \sqrt{x}$ والمستقيمين $x = 0$, $x = 9$

نوجد نقاط تقاطع المنحنيين: $f(x) = g(x)$

$$\sqrt{x} = \frac{x}{2}$$

$$x = \frac{x^2}{4}$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x = 0 \qquad x = 4$$

$$A = \left| \int_a^b f(x) - g(x)\, dx \right|$$

$$A_1 = \left| \int_0^4 \left(\sqrt{x} - \frac{x}{2}\right) dx \right|$$

$$A_1 = \left| \int_0^4 \left(x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}x\right) dx \right|$$

$$A_1 = \left| \left[\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}x^2 \right]_0^4 \right|$$

$$A_1 = \left| \left[\frac{2}{3}(4)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{4}(4)^2 \right] - \left[\frac{2}{3}(0)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{4}(0)^2 \right] \right| = \frac{4}{3}$$

$$A_2 = \left| \int_4^9 \left(\sqrt{x} - \frac{x}{2}\right) dx \right|$$

$$A_2 = \frac{43}{12}$$

$$A = A_1 + A_2 = \frac{4}{3} + \frac{43}{12} = \frac{59}{12}$$

WWW.TMKNKW.COM

حجوم الأجسام الدورانية

س ٤ أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنيي الدالتين: $g(x)=\sqrt{x}$, $f(x)=x^2$

نوجد نقاط تقاطع المنحنيين:

$$f(x)=g(x)$$
$$x^2=\sqrt{x}$$
$$x^4=x$$
$$x^4-x=0$$
$$x=0 \qquad x=1$$

نختار عدد $x=0.5$ بين $(0,1)$

$$f(0.5)=(0.5)^2=0.25$$
$$g(0.5)=\sqrt{0.5}\simeq 0.71$$

$g(x)\geq f(x)\geq 0$ $\forall x\in[0,1]$

$$V=\pi\int_a^b (g(x))^2-(f(x))^2\,dx$$
$$V=\pi\int_0^1 \left((\sqrt{x})^2-(x^2)^2\right)dx$$
$$V=\pi\int_0^1 x-x^4\,dx$$
$$V=\pi\left[\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{5}x^5\right]_0^1$$
$$V=\pi\left[\frac{1}{2}(1)^2-\frac{1}{5}(1)^5\right]-\pi\left[\frac{1}{2}(0)^2-\frac{1}{5}(0)^5\right]$$
$$V=\frac{3}{10}\pi$$ وحدة حجم

WWW.TMKNKW.COM

طول القوس ومعادلة منحنى الدالة

س ٧ إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة عند أي نقطة $P(x,y)$ يساوي $\sqrt{5-4x}$ فأوجد معادلة المنحني علماً بأنه يمر بالنقطة $B(-5,3)$

الميل العمودي $= \sqrt{5-4x}$

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{5-4x}}$$

$$f(x) = -1\int (5-4x)^{-\frac{1}{2}}\,dx$$

$$f(x) = -1 \times \frac{(5-4x)^{\frac{1}{2}}}{-4 \times \frac{1}{2}} + C = \frac{1}{2}(5-4x)^{\frac{1}{2}} + C$$

$$f(-5) = \frac{1}{2}(5-4(-5))^{\frac{1}{2}} + C = 3$$

$$C = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(5-4x)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}$$

س ٨ إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة عند أي نقطة $P(x,y)$ يساوي $2x-1$ فأوجد معادلة المنحني علماً بأنه يمر بالنقطة $B(1,0)$

الميل العمودي $= 2x-1$

$$f'(x) = \frac{-1}{2x-1}$$

$$f(x) = \int \frac{-1}{2x-1}\,dx$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\ln|2x-1| + C$$

$$f(1) = -\frac{1}{2}\ln|2(1)-1| + C = 0$$

$$C = 0$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\ln|2x-1|$$

طول القوس ومعادلة منحنى الدالة

س ٩ لتكن : $f''(x) = 6x - 6$

فأوجد معادلة الدالة f إذا كانت النقطة $(-1, 15)$ نقطة حرجة للدالة.

بما أن $(-1, 15)$ نقطة حرجة

$f'(-1) = 0$

$f'(x) = \int (6x - 6)\, dx$

$f'(x) = 3x^2 - 6x + c_1$

$f'(-1) = 3(-1)^2 - 6(-1) + c_1 = 0$

$c_1 = -9$

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$

$f(-1) = 15$

$f(x) = \int (3x^2 - 6x - 9)\, dx$

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + c_2$

$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 - 9(-1) + c_2 = 15$

$c_2 = 10$

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$

س ١٠ لتكن : $f''(x) = 5x - 2$

فأوجد معادلة الدالة f إذا كانت النقطة $(2, -2)$ نقطة حرجة للدالة.

بما أن $(2, -2)$ نقطة حرجة

$f'(2) = 0$

$f'(x) = \int (5x - 2)\, dx$

$f'(x) = \frac{5}{2}x^2 - 2x + c_1$

$f'(2) = \frac{5}{2}(2)^2 - 2(2) + c_1 = 0$

$c_1 = -6$

$f'(x) = \frac{5}{2}x^2 - 2x - 6$

$f(2) = -2$

$f(x) = \int (\frac{5}{2}x^2 - 2x - 6)\, dx$

$f(x) = \frac{5}{6}x^3 - x^2 - 6x + c_2$

$f(2) = \frac{5}{6}(2)^3 - (2)^2 - 6(2) + c_2 = -2$

$c_2 = \frac{22}{3}$

$f(x) = \frac{5}{6}x^3 - x^2 - 6x + \frac{22}{3}$

WWW.TMKNKW.COM

المعادلات التفاضلية

س٦ حل المعادلة التفاضلية: $y' - 2xy = 0$

$$y' = 2xy$$

$$\frac{dy}{dx} = 2xy$$

$$\frac{dy}{y} = 2x\,dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int 2x\,dx$$

$$\ln|y| = x^2 + c$$

$$|y| = e^{x^2+c}$$

$$|y| = e^{x^2} \cdot e^{c}$$

$$y = \pm e^{c} \cdot e^{x^2}$$

$$y = k\,e^{x^2}$$

حيث $k = \pm e^{c}$

WWW.TMKNKW.COM

الاختلاف المركزي

س ١

حدد نوع القطع،

ثم أوجد معادلته حيث اختلافه المركزي $(e = 1)$ وإحدى بؤرتيه $F(-1, 0)$

بما أن $e = 1$ ← القطع مكافئ

بؤرة $F(-1, 0)$ ← $p = -1$

قطع مكافئ رأسه $(0,0)$ محور تماثله x-axis

معادلته $y^2 = 4px$

$y^2 = 4(-1)x$

$y^2 = -4x$

س ٢

حدد نوع القطع،

ثم أوجد معادلته حيث اختلافه المركزي $(e = \sqrt{3})$ ومعادلة إحدى دليليه $x = \frac{1}{3}$

$e = \sqrt{3}$ ← $e > 1$ القطع زائد

$\frac{c}{a} = \sqrt{3}$ ← $c = \sqrt{3}\,a$

دليل $x = \frac{1}{3}$ ← قطع زائد محوره القاطع ينطبق على محور السينات

$\frac{a^2}{c} = \frac{1}{3}$

$\frac{a^2}{\sqrt{3}\,a} = \frac{1}{3}$

$\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$c = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 1$

$c^2 = a^2 + b^2$

$1 = \frac{1}{3} + b^2$

$b^2 = \frac{2}{3}$

معادلته $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{\frac{1}{3}} - \frac{y^2}{\frac{2}{3}} = 1$

WWW.TMKNKW.COM

الاختلاف المركزي

س ٣

حدد نوع القطع،

ثم أوجد معادلته حيث اختلافه المركزي $(e=\frac{4}{5})$ وإحدى بؤرتيه $F(-4\sqrt{2}\,,0)$

$e=\frac{4}{5}$ ← بما أن $e<0$ قطع ناقص

$\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$ ← $a=\frac{5}{4}c$

بؤرة $(-4\sqrt{2}\,,0)$ ← $c=4\sqrt{2}$

قطع ناقص محوره الأكبر ينطبق على محور السينات

$a=\frac{5}{4}\times 4\sqrt{2} \rightarrow a=5\sqrt{2}$

$c^2=a^2-b^2$

$32=50-b^2 \rightarrow b^2=18$

معادلته $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{50}+\frac{y^2}{18}=1$

س ٤

أوجد الاختلاف المركزي لكل قطع متمايلي حيث معادلته:

$a)\ x^2+\frac{y^2}{25}=1$ $\qquad$ $b)\ 24y^2=600+25x^2$

$\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{25}=1$ قطع ناقص

$a^2=25 \rightarrow a=5$

$b^2=1 \rightarrow b=1$

$c^2=a^2-b^2=25-1=24$

$c=2\sqrt{6}$

$e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$

$\frac{y^2}{25}-\frac{x^2}{24}=1$ قطع زائد

$a^2=25 \rightarrow a=5$

$b^2=24$

$c^2=a^2+b^2=25+24=49$

$c=7$

$e=\frac{c}{a}=\frac{7}{5}$

الاحتمال

المتغيرات العشوائية المتقطعة

س ١

في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين، أوجد مجموعة القيم للمتغيرات العشوائية التالية، ثم حدد فيما إذا كانت متغيرات عشوائية متقطعة أم لا

1) المتغير العشوائي X الذي يمثل "عدد الكتابات"

2) المتغير العشوائي Y الذي يمثل "مكعب عدد الكتابات"

3) المتغير العشوائي Z الذي يمثل "عدد الكتابات مطروحاً منه 2"

S	عدد الكتابات
(H, H)	0
(H, T)	1
(T, H)	1
(T, T)	2

$S = \{(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)\}$

المدى $= \{0, 1, 2\}$

X متغير عشوائي متقطع

S	مكعب عدد الكتابات
(H, H)	$0^3 = 0$
(H, T)	$1^3 = 1$
(T, H)	1
(T, T)	8

المدى $= \{0, 1, 8\}$

Y متغير عشوائي متقطع

S	Z
(H, H)	-2
(H, T)	-1
(T, H)	-1
(T, T)	0

المدى $= \{-2, -1, 0\}$

Z متغير عشوائي متقطع

المتغيرات العشوائية المتصلة

س ٣

لتكن الدالة f :

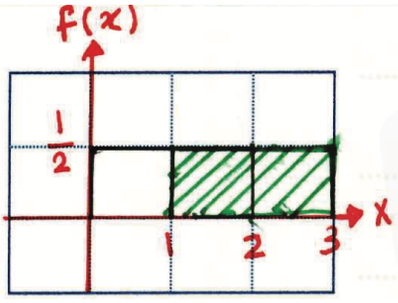
$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & : 1\le x\le 3\\ 0 & :\text{في ماعدا ذلك}\end{cases}$$

1) أثبت أن الدالة F هي دالة كثافة احتمال.

2) أثبت أن الدالة F تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

3) فأوجد $p(2<X\le 3)$

4) أوجد التوقع والتباين للدالة F



a) لإثبات أن f هي دالة كثافة احتمال يجب أن تكون

المساحة تحت المنحنى = 1

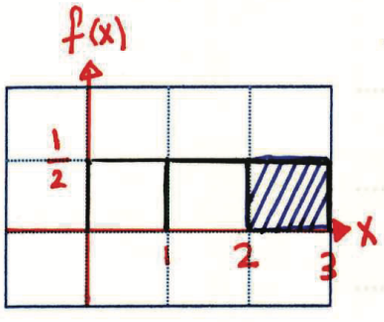
مساحة المستطيل = طول x عرض $=2\times\frac{1}{2}=1$

فإن f دالة كثافة احتمال

b)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & : a\le X\le b\\ 0 & :\text{فيما عدا ذلك}\end{cases}$$

$a=1 \quad b=3 \rightarrow \frac{1}{b-a}=\frac{1}{3-1}=\frac{1}{2}$



$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & : 1\le X\le 3\\ 0 & :\text{فيما عدا ذلك}\end{cases}$$

فإن f دالة توزيع احتمالي منتظم

$P(2<X\le 3)=$ طول x عرض $=1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

التوقع $\mu=\frac{a+b}{2}=\frac{1+3}{2}=2$

التباين $\sigma^2=\frac{(b-a)^2}{12}=\frac{(3-1)^2}{12}=\frac{1}{3}$

WWW.TMKNKW.COM